

Tijdsduur 100 minuten. Deze toets bestaat uit 4 opgaven (54 punten). Gebruik eigen grafische rekenmachine en BINAS toegestaan. Veel succes!

Opgave 1: stooftjeertjes in rode wijn (13p)

Jamie Oliver houdt erg van stooftjeertjes en heeft besloten een heerlijk recept daarvoor te ontwikkelen. Stooftjeertjes worden gemaakt in rode wijn. Daarvoor moet de wijn eerst behoorlijk worden opgewarmd.

Hij neemt 1,2 L wijn ($\rho_{\text{wijn}} = 0,97 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$) wijn van 20°C . De soortelijke warmte van deze wijn is $3,9 \cdot 10^3 \text{ J/kg} \cdot \text{K}$. Hij heeft bepaald dat hij de wijn moet verwarmen tot 70°C .

Daartoe doet hij de 1,2 L wijn in een pan. De wijn en de pan hebben beide een temperatuur van 20°C .

Hij zet de pan met wijn op een kookplaat met een weerstand van 50Ω , die is aangesloten op het lichtnet (230 V). Jamie weet dat zijn kookplaat een rendement heeft van 55%.

Het blijkt dat de pan met wijn na 8,0 minuten een temperatuur heeft van 70°C . Verwaarloos verder warmteverlies aan de omgeving.

- a) Bereken de hoeveelheid warmte die de kookplaat in 8,0 minuten heeft geleverd. (3p)

Heb je bij vraag a) geen antwoord gevonden, reken dan verder met $2,5 \cdot 10^5 \text{ J}$.

- b) Bereken de warmtecapaciteit van de pan. (4p)

Als de wijn 70°C is, haalt Jamie de pan van de kookplaat en voegt een stooftjeer van 25°C toe aan de pan met wijn van 70°C . Zoals elke keukenprins kent Jamie de warmtecapaciteit van deze stooftjeer: $C_{\text{stooftjeer}} = 1200 \text{ J/}^\circ\text{C}$.

Heb je bij vraag b) geen antwoord gevonden, gebruik dan: $C_{\text{pan}} = 950 \text{ J/}^\circ\text{C}$

- c) Bereken de temperatuur, die de pan met wijn en de peer uiteindelijk aannemen (de eindtemperatuur). (Verwaarloos wederom warmteverliezen aan de omgeving.) (4p)

Jamie zet de kookplaat weer aan om de pan met wijn (met 1 stooftjeer) weer te verwarmen tot 70°C . Dit duurt enige tijd. Deze tijd noemen we t_1 .

Jamie doet dit opnieuw, maar nu met twee (identieke) stooftjeeren in de pan. Het geheel (pan, wijn en twee stooftjeeren) wordt weer vanaf de eindtemperatuur uit vraag c verwarmd tot 70°C . De tijd om de wijn met twee stooftjeeren te verwarmen tot 70°C noemen we t_2 en is natuurlijk groter dan de tijd t_1 .

- d) Leg *zonder berekeningen te maken* uit of de tijd t_2 precies 2x zo lang, minder dan 2x zo lang of meer dan 2x zo lang is als tijd t_1 . (2p)

Opgave 2: fietskar (10p)

Lees de volgende tekst.

Fietskar duwt fiets

Het is de omgekeerde wereld: normaal trekt een fietser zijn bagagekarretje voort, maar de fietskar in figuur 1 duwt de fiets.

Deze is namelijk voorzien van een accu met twee elektromotoren en kan 220 liter bagage bergen. De maximale snelheid zonder te trappen bedraagt 40 km/h. Als de fietser niet trapt, bedraagt de actieradius 50 km bij een constante snelheid van 20 km/h.

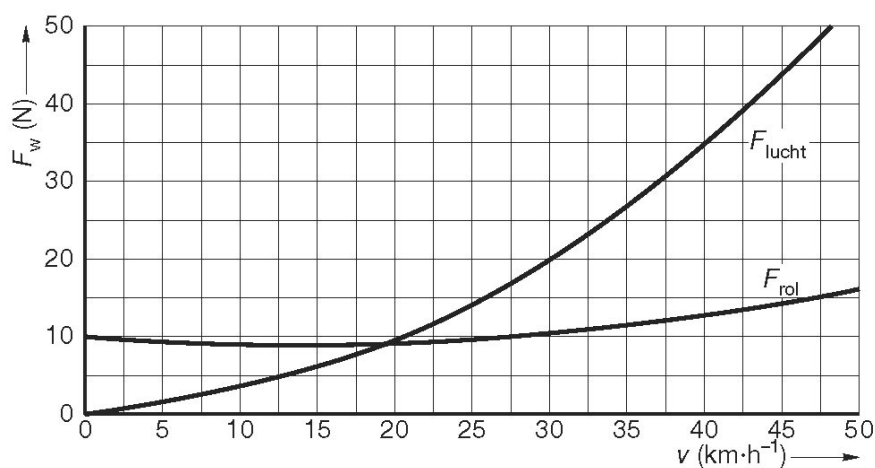
Een benzinemotor zou hier 10 centiliter benzine voor nodig gehad hebben. Uiteraard bepaalt de fietser de snelheid. In de handremmen van de fiets zijn twee microschemelaars ingebouwd, die een signaal afgeven aan de elektromagnetische remmen in de fietskar. De fabrikant overweegt om de fietskar op zonne-energie te laten rijden door middel van zonnecellen op het deksel.

(naar: *Technisch Weekblad*, 9 mei 2001)



figuur 1

figuur 1



figuur 2

In deze opgave kijken we naar een fietser die zich met een constante snelheid van 20 km/h laat voortduwen door het karretje. In figuur 2 staan de luchtweerstand en de rolwrijving van het geheel (fietser + karretje) weergegeven als functie van de snelheid.

- a) Leg uit dat het karretje een kracht van 19 N moet leveren om het geheel met een constante snelheid van 20 km/h te laten bewegen. (2p)
- b) Bereken het (constante) motorvermogen dat het karretje moet leveren bij deze snelheid. (2p)

Volgens het artikel bedraagt de actieradius 50 km bij 20 km/h. Er kan dus 50 km worden afgelegd voordat de accu's leeg zijn.

- c) Bereken de arbeid die de motorkracht van het karretje maximaal kan verrichten voordat de accu's weer moeten worden opgeladen. (2p)

Heb je bij vraag c) geen antwoord gevonden, reken dan verder met een arbeid van $1,0 \cdot 10^6$ J.

In het artikel worden de elektromotoren vergeleken met een benzinemotor. Het rendement van de elektromotoren is 3,0 keer zo groot als het rendement van een benzinemotor.

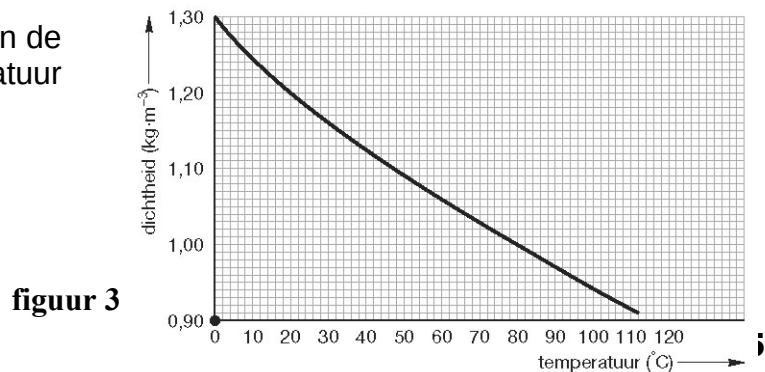
- d) Bereken met behulp van gegevens uit het artikel en uit BINAS het rendement van de elektromotoren bij een constante snelheid van 20 km/h. (4p)

Tip: bereken daartoe eerst het rendement van een benzinemotor die deze prestatie zou moeten leveren.

Opgave 3: heteluchtverwarming (8p)

Iemand wil een huis laten bouwen en denkt erover om een systeem voor heteluchtverwarming aan te laten leggen. Daarin verwarmt op een centraal punt een brander de lucht en mengt dit met buitenlucht. Via een kanalsysteem wordt de lucht naar de vertrekken gepompt die moeten worden verwarmd. Gegeven is dat $c_{\text{lucht}} = 1,006 \cdot 10^3$ J/(kg·K) (bij constante druk).

In figuur 3 staat de dichtheid van de lucht als functie van de temperatuur weergegeven.



Via een rooster stroomt er per uur 135 m^3 lucht de kamer in. De temperatuur van de lucht die door dit rooster de kamer wordt ingeblazen is 70 °C . De afgezogen lucht heeft een temperatuur van 24 °C .

- a) Bepaal hoeveel kg lucht de luchtstroom per seconde de kamer inblaast. Gebruik daarbij gegevens uit figuur 3. (3p)

Heb je bij vraag a) geen antwoord gevonden, reken dan verder met $0,05 \text{ kg/s}$.

De installatie moet evenveel lucht uit de kamer afzuigen als inblazen. Bovendien moet de luchtdruk (uiteraard) constant gehouden worden.

- b) Bereken de warmte die per seconde aan de kamer wordt afgegeven. (2p)
- c) Bereken het volume van de lucht dat per uur uit de kamer wordt weggezogen. Gebruik hierbij gegevens uit figuur 3. (3p)

Opgave 4: Luchtballon (23p)

In een mand hangend onder een heteluchtballon kun je toertochten maken door de lucht. Voordat de ballon kan opstijgen moet deze gevuld worden met lucht. Dat gebeurt met behulp van een grote ventilator die lucht in de ballon blaast terwijl deze uitgespreid ligt over het gras. Zie figuur 4.

De temperatuur van de lucht is 25 °C. De luchtdruk is 1013 mbar. De massa van 1 mol lucht is 29 g. Neem aan dat het volume van de ballon na het opblazen constant 2700 m³ is.

- a) Bereken het aantal mol lucht in de ballon na het opblazen. (3p)

Vlak voor het opstijgen verwarmt men de lucht in de ballon met een grote gasbrander. Door het verwarmen zet de lucht uit en ontsnapt gedeeltelijk uit de ballon. Hierdoor komt de ballon los van de grond en bevindt zich even later boven de mand.



figuur 4

Als er 572 kg lucht ontsnapt is, is de ballon zoveel lichter geworden dat de mand net loskomt van de grond. Met touwen aan de mand wordt voorkomen dat de ballon met mand al opstijgt. De lucht in de ballon mag beschouwd worden als een ideaal gas.

Heb je bij a) geen antwoord gevonden, reken dan verder met 1,0 · 10⁵ mol.

- b) Bereken de temperatuur van de lucht in de ballon als de mand net loskomt van de grond. (4p)

Eenmaal in de lucht, op 400 meter hoogte, besluit een van de passagiers een pak suiker (dat heb je altijd bij je, nietwaar?) van 1,0 kg uit de ballon te laten vallen.

- c) Bereken met welke snelheid het pak suiker op de grond terecht zou komen als wrijving tijdens de val zou worden verwaarloosd. (3p)

Gelukkig ondervindt het pak suiker onderweg wel degelijk luchtweerstand. De waarde van de luchtweerstand is evenredig met de snelheid in het kwadraat:
 $F_{w,lucht} \sim v^2$.

- d) Leg uit waarom het pak suiker na een tijdje met een constante snelheid valt. (3p)

Bij de val vanaf 400 meter wordt 85% van de oorspronkelijke energie van het pak suiker door de luchtweerstand in warmte omgezet.

- e) Bereken de gemiddelde waarde van de wrijvingskracht tijdens de val. (4p)
f) Bereken de snelheid waarmee het pak suiker nu op de grond komt. (3p)

Een bekende formule om de luchtwrijvingskracht $F_{w,lucht}$ uit te rekenen is:

$F_{w,lucht} = \frac{1}{2} \cdot C_w \cdot A \cdot \rho \cdot v^2$, met A het frontaal oppervlak, ρ de dichtheid en v de snelheid.

g) Laat zien dat C_w , de luchtweerstandscoefficiënt, geen eenheid heeft. (3p)

EINDE PROEFWERK

Uitwerking

Opgave 1: stooftjeertjes (13p)

- a) $I = U/R = 230/50 = 4,6 \text{ A}$ 1p
 $E_{el} = U \cdot I \cdot t = 230 \cdot 4,6 \cdot (8 \cdot 60) = 507840 \text{ J}$ 1p
 $Q = 0,55 \cdot E_{el} = 279312 \text{ J} = 2,8 \cdot 10^5 \text{ J}$ 1p
- b) $m_{wijn} = \rho \cdot V = 0,97 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3 \cdot 1,2 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 = 1,164 \text{ kg}$ 1p
 $Q_{op} = Q_{af}$, met kookplaat = af, pan+wijn = op 1p
 $Q_{op} = C_{pan} \cdot \Delta T_{pan} + c_{wijn} \cdot m_{wijn} \cdot \Delta T_{wijn} = C_{pan} \cdot 50 + 3900 \cdot 1,164 \cdot 50 = 50C + 226980$ 1p
Invullen: $50C + 226980 = 279312 \rightarrow C_{pan} = 1047 \text{ J/K} = 1,0 \cdot 10^3 \text{ J/K}$ 1p
(Bij vraag a 55% vergeten te verrekenen, dan hier $C_{pan} = 5,6 \text{ kJ/K}$)
(Gerekend met $2,5 \cdot 10^5 \text{ J} \rightarrow C = 460 \text{ J/K}$)
- c) $Q_{op} = Q_{af}$, met pan+wijn = af, peer = op
 $C_{peer} \cdot \Delta T_{peer} = C_{pan} \cdot \Delta T_{pan} + c_{wijn} \cdot m_{wijn} \cdot \Delta T_{wijn}$ 1p
 $1200 \cdot (T_e - 25) = 1046,64 \cdot (70 - T_e) + 3900 \cdot 1,164 \cdot (70 - T_e)$ 1p
 $1200T_e - 30000 = 73264,8 - 1046,64T_e + 317772 - 4539T_e$
 $6786,24T_e = 421036,8$ 1p
 $T_e = 62 \text{ }^\circ\text{C}$ 1p
- d) aantal peren wel 2x zo groot, maar hoeveelheid wijn (en pan) niet groter 1p
dus minder dan 2x zo lang 1p

Opgave 2: fietskar (10p)

- a) Uitleg dat $F_{motor} = F_{wrijving, totaal}$ voor constante snelheid 1p
Aflezen $F_{rol} = 9,0 \text{ N}$ en $F_w = 9,5 \text{ N} \rightarrow F_{totaal} = 18,5 \text{ N} = 19 \text{ N}$ 1p
- b) $20 \text{ km/h} = 5,56 \text{ m/s}$ 1/2 p
 $P = F \cdot v = 19 \cdot 5,56 = 106 \text{ W} = 1,1 \cdot 10^2 \text{ W}$ formule 1/2p, uitwerken 1p
(bij $18,5 \text{ N} \rightarrow 103 \rightarrow 1,0 \cdot 10^2 \text{ W}$)
- c) $W = F \cdot s = 19 \cdot 50 \cdot 10^3 = 9,5 \cdot 10^5 \text{ J}$ 2p
(bij $18,5 \text{ N} \rightarrow 9,25 \cdot 10^5 = 9,3 \cdot 10^5 \text{ J}$)
- d) stookwaarde benzine opzoeken: $33 \cdot 10^9 \text{ J/m}^3$ (BINAS 28A) 1p
 $0,10 \text{ L} = 0,10 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$ levert dus $0,10 \cdot 10^{-3} \cdot 33 \cdot 10^9 = 3,3 \cdot 10^6 \text{ J}$ 1p
Rendement benzinemotor dus: $9,5 \cdot 10^5 / 3,3 \cdot 10^6 \cdot 100\% = 28,8\%$ 1p
Rendement elektromotor = $3,0 \cdot 28,8\% = 86\%$ 1p
(bij $18,5 \text{ N} \rightarrow 84\%$)

Opgave 3: heteluchtverwarming (8p)

- a) Figuur 3: dichtheid lucht bij $70 \text{ }^\circ\text{C} = 1,03 \text{ kg/m}^3$ 1p
totale massa per uur = $\rho \cdot V = 1,03 \text{ kg/m}^3 \cdot 135 \text{ m}^3 = 139,05 \text{ kg}$ 1p
per seconde dus: $139,05/3600 = 3,86 \cdot 10^{-2} \text{ kg}$ 1p
- b) afkoeling van $(70-24) = 46 \text{ K}$ 1p
per s: afgegeven warmte $Q = m \cdot c \cdot \Delta T = 3,86 \cdot 10^{-2} \cdot 1006 \cdot 46 = 1787 \text{ J} = 1,8 \cdot 10^3 \text{ J}$ 1p
- c) $p_1 V_1 / n_1 T_1 = p_2 V_2 / n_2 T_2$ 1p
met p en n constant: $V_1 / T_1 = V_2 / T_2$, met T in Kelvin 1p
invullen: $135/343 = V_2/297 \rightarrow V_2 = 117 \text{ m}^3$ per uur 1p
(T niet in Kelvin, maximaal 1 punt, stel ik voor)

Opgave 4: luchtballon (23p)

- a) $p \cdot V / n \cdot T = R \rightarrow n = p \cdot V / (R \cdot T)$ 1p
 $T = 298 \text{ K}$, $p = 1013 \text{ mbar} = 1013 \cdot 10^{-3} \cdot 10^5 \text{ Pa} = 1,013 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ 1p
Invullen: $n = 1,013 \cdot 10^5 \cdot 2700 / (8,31 \cdot 298) = 1,104 \cdot 10^5 \text{ mol} = 1,1 \cdot 10^5 \text{ mol}$ 1p
- b) De hoeveelheid ontsnapte lucht is $572/29 \cdot 10^{-3} = 1,97 \cdot 10^4 \text{ mol}$. 1p
Dus na opwarmen: $n = 1,104 \cdot 10^5 - 1,97 \cdot 10^4 = 9,068 \cdot 10^4 \text{ mol}$ lucht in de ballon. 1p
Invullen in de ideale gaswet levert: $T = pV/nR$ 1p
 $T = 1,013 \cdot 10^5 \cdot 2700 / (8,31 \cdot 9,07 \cdot 10^4) = 363 \text{ K} (= 90 \text{ }^\circ\text{C})$ 1p
(Bij $n = 1,0 \cdot 10^5 \rightarrow T = 410 \text{ K}$, $137 \text{ }^\circ\text{C}$)
- c) WvBvE toepassen: $E_{z,\text{boven}} = E_{k,\text{beneden}}$ 1p
 $m \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \rightarrow 9,81 \cdot 400 = \frac{1}{2} \cdot v^2$ 1p
uitwerken: $v^2 = 7848$, $v = 88,6 \text{ m/s}$ 1p
- d) Als de snelheid toeneemt, neemt ook F_w toe (, waardoor F_{res} afneemt) 1p
Op een gegeven moment is F_w even groot als F_z (, waardoor $F_{\text{res}} = 0$ wordt) 1p
Dan is er geen versnelling meer en blijft de snelheid dus constant 1p
- e) oorspronkelijke energie $E_z = mgh = 1,0 \cdot 9,81 \cdot 400 = 3920 \text{ J}$ 1p
85% daarvan = 3332 J 1p
 $Q = F_w \cdot s \rightarrow 3332 = F_w \cdot 400$ 1p
 $F_w = 8,3 \text{ N}$ 1p
- f) Over: 15% van 3920 J (of $3920 - 3332 \text{ J}$) = 588 J 1p
 $E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \rightarrow 588 = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot v^2 \rightarrow v^2 = 1176$ 1p
 $v = 34 \text{ m/s}$ 1p
- g) eenheid $A = \text{m}^2$, eenheid $\rho = \text{kg/m}^3$, eenheid $v = \text{m/s}$, eenheid $F = \text{N}$ 1p
rechts derhalve als eenheid: $\text{kg m}^{-3} \text{ m}^2 (\text{m s}^{-1})^2 = \text{kg m s}^{-2} = \text{kg m/s}^2$ 1p
links: $F = m \cdot a$, dus $\text{N} = \text{kg} \cdot \text{m/s}^2$. Links = rechts, dus C_w is eenheidsloos 1p